

Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра моделирования электромеханических и компьютерных систем

Шалыгина Анастасия Михайловна

Выпускная квалификационная работа бакалавра

**Расчет характеристик газовой смеси,
транспортируемой по морским газопроводам,
с учетом нестационарности теплообмена с
внешней средой и рельефа трассы**

Направление 010900
«Прикладные математика и физика»

Научный руководитель,
кандидат физ.-мат. наук,
доцент
Ермолаева Н.Н.

Санкт-Петербург
2017

Содержание

| | |
|---|-----------|
| Введение | 2 |
| Глава 1. Влияние нестационарности теплообмена газа с внешней средой на характеристики смеси, транспортируемой по морским газопроводам | 7 |
| 1.1. Модель транспортировки газовой смеси по морскому газопроводу при сверхвысоких давлениях | 7 |
| 1.2. Модель теплообмена газа с окружающей водой | 8 |
| 1.3. Квазистационарный вариант модели теплообмена газа с окружающей водой | 11 |
| 1.4. Граничные и начальные условия модели транспортировки газовой смеси по морскому газопроводу | 12 |
| 1.5. Решение системы уравнений нестационарной неизотермической модели транспортировки смеси газов по морскому газопроводу | 16 |
| Глава 2. Учет рельефа трассы при транспортировке газовой смеси по морским газопроводам | 22 |
| 2.1. Учет влияния профиля трассы при установившемся течении газа | 22 |
| 2.2. Учет влияния профиля трассы при неустановившемся течении газа и квазистационарном варианте модели теплообмена с окружающей водой | 24 |
| 2.3. Учет влияния профиля трассы при неустановившемся течении газа и нестационарном варианте модели теплообмена с окружающей водой | 25 |
| Заключение | 28 |
| Список литературы | 30 |

Введение

Задаче течения газа по трубопроводам посвящено огромное количество научных трудов. Классические работы О. Ф. Васильева, А. Ф. Воеводина [1], С. К. Годунова [2], И. А. Чарного [3] и многих других авторов заложили основу в исследовании задач газовой динамики.

В последнее время широкое распространение получили отраслевые пакеты, предназначенные для моделирования потоков в скважинах и газопроводах. Одним из таких пакетов является программный комплекс «OLGA» [4], разработанный норвежскими учеными. Данный прикладной пакет используется во многих странах для моделирования, анализа и оптимизации транспортировки газов по трубопроводам. Однако широкое распространение подобных коммерческих пакетов не свидетельствует о том, что с их помощью можно решить любую практическую задачу. Разработка математических моделей и схем их решения далека от завершения, и, зачастую, для применения подобного пакета требуется вносить в него существенные изменения, адаптировать для конкретных условий прокладки газопровода, дорабатывать.

Дополнительные сложности возникают при проектировании и создании математических моделей современных морских газопроводов. Их особенностью являются большие расстояния между подстанциями и, соответственно, необходимость подавать на вход в газопровод очень высокие давления.

Приведем две наиболее известные модели транспортировки газа по морским газопроводам. На них основано множество работ в данной области. Подобные модели заложены в основу многих отраслевых программных пакетов, в том числе, и в известный программный комплекс «OLGA».

В книге О. Ф. Васильева, Э. А. Бондарева, А. Ф. Воеводина и М. А. Каниболотского [1] предложена одномерная нестационарная неизоэнтальпическая модель транспортировки неидеального сжимаемого газа по трубам:

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

уравнение движения

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (p + \rho v^2) = -\lambda \rho \frac{v|v|}{2D} - \rho g \frac{d\tilde{y}}{dz}, \quad (2)$$

уравнение полной энергии

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \right) = \frac{4\alpha}{D} (T^* - T) - \rho v g \frac{d\tilde{y}}{dz}, \quad (3)$$

$$e = \varepsilon + v^2/2, \quad i = \varepsilon + \frac{p}{\rho}, \quad (4)$$

уравнение состояния

$$p = Z \rho R_g T, \quad Z = 1 + 0,07 \frac{pT}{p_c T_c} \left(1 - 6 \frac{T_c^2}{T^2} \right), \quad (5)$$

калорическое уравнение состояния

$$i = \int_{T_0}^T c_{p_0} dT + RT(Z - z_2^*) \left(1 - \frac{p_0}{p} \right), \quad (6)$$

$$z_2^* = 1 + 0,84 \frac{T_c^3 p}{T^3 p_c}, \quad (7)$$

где ρ , v , p , T , e — плотность, скорость, давление, температура, полная энергия газа соответственно; t — время; z — координата оси газопровода; ε , i — удельные внутренняя энергия и энтальпия газа; D — диаметр трубы; T^* — температура окружающей среды; Z — коэффициент сжимаемости газа; \tilde{y} — ордината точки на оси газопровода, ось \tilde{y} направлена в сторону, противоположную силе тяжести; R_g — универсальная газовая постоянная; T_c , p_c — критические температура и давление газа; c_{p_0} — массовая плотность теплоемкости при постоянном давлении; α — суммарный коэффициент теплопередачи через боковую поверхность газопровода.

Суммарный коэффициент теплопередачи $\alpha = \alpha(z, t)$ зависит как от условий обтекания, так и от режима эксплуатации и для реальных газопроводов должен быть найден из решения обратной задачи. Неточное задание этого коэффициента ведет к большим погрешностям при определении температуры газа вдоль газопровода. Отметим, что температура потока T из соображений безопасности должна быть выше, чем температура образования гидратов. Для неустановившихся режимов использование постоянного

коэффициента теплопередачи $\alpha = \text{const}$ в условиях, когда температура окружающей воды T^* значительно отличается от температуры потока T , приводит к значительным погрешностям в расчете основных характеристик потока газа.

Таким образом, для построения адекватной модели течения и расчета необходимых характеристик изоляционных слоев обшивки газопровода требуется корректно учитывать процессы теплообмена как в случае установившегося, так и неуставившегося течения газа. В настоящей работе рассматривается влияние процессов теплообмена на характеристики газовой смеси, транспортируемой по морскому газопроводу, при установившемся и неуставившемся режимах течения.

Еще одна нестационарная модель транспортировки реального газа по морскому газопроводу, использовавшаяся при проектировании газопровода «Голубой поток», представлена в работе В. И. Зубова, В. Н. Котерова, В. М. Кривцова и А. В. Шипилина [5]:

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

уравнение движения

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (p + \rho v^2 - \rho g y) = -\lambda \rho \frac{v|v|}{2D} - y g \frac{\partial \rho}{\partial z}, \quad (9)$$

уравнение энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(\varepsilon - g y + \frac{v^2}{2} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v \left(i - g y + \frac{v^2}{2} \right) \right) = \frac{4\alpha}{D} (T^* - T), \quad (10)$$

$$i = \varepsilon + \frac{p}{\rho}, \quad (11)$$

уравнение состояния

$$p = p(\rho, T), \quad (12)$$

калорическое уравнение для внутренней энергии или для энтальпии

$$\varepsilon = \varepsilon(\rho, T), \quad i = i(\rho, T). \quad (13)$$

Здесь все обозначения имеют тот же смысл, что и в системе (1)–(7), кроме y — ординаты точки на оси газопровода (ось y направлена в сторону силы тяжести). Данная модель является незамкнутой, так как вся термодинамическая часть (12), (13) подлежит определению.

В приведенных выше моделях теплообмен газа с окружающей средой учитывается посредством введения суммарного коэффициента теплопередачи α , определение которого, как отмечалось выше, является достаточно сложной задачей.

Исследования течения газовой смеси по морским газопроводам проводятся и в Санкт-Петербургском государственном университете. Например, в книге Г. И. Курбатовой, Е. А. Поповой, Б. В. Филиппова [6] предложена квазиодномерная модель неизотермического установившегося течения неидеальной смеси газов по морским газопроводам при сверхвысоких давлениях. Настоящая работа продолжает эти исследования для неустановившегося течения газа. Причины нестационарности течения могут быть различными, например, пуск или перекрытие газопровода, появление аварийных утечек газа, включение буферных потребителей. В данной работе нестационарность течения связана с увеличением потребления газа на выходе из газопровода. Рассматривается неустановившееся течение природного газа по цилиндрическому морскому газопроводу, имеющему два слоя обшивки — первый слой из стали, второй — из бетона. Природный газ представляет собой смесь газов с преобладанием метана. Другими компонентами могут быть такие газы, как азот, этан, пропан, углекислый газ и так далее.

Представленная далее в работе математическая одномерная нестационарная неизотермическая модель транспортировки неидеальной смеси газов по морскому газопроводу позволяет учитывать возможный уклон трассы газопровода. Как известно, влияние подъема газа и эффекта Джоуля–Томсона приводит к тому, что температура T газа может упасть ниже температуры окружающей воды [7]. В этом случае при прокладке газопроводов в северных регионах могут возникнуть условия оледенения внешней поверхности трубы. Это необходимо учитывать при создании математической модели движения газа по подводным газопроводам. Задачи оледене-

ния подробно рассматриваются в работах [8] – [11].

Таким образом, в настоящей работе были поставлены следующие **цели**:

1. Исследовать влияние нестационарности процессов теплообмена газа с окружающей водой на основные характеристики потока при моделировании нестационарного неизотермического течения газа по морским газопроводам.

2. Оценить допустимость использования квазистационарного варианта модели теплообмена газа с окружающей водой.

3. Исследовать влияние рельефа трассы прокладки морского газопровода на характеристики потока газовой смеси.

Глава 1. Влияние нестационарности теплообмена газа с внешней средой на характеристики смеси, транспортируемой по морским газопроводам

1.1. Модель транспортировки газовой смеси по морскому газопроводу при сверхвысоких давлениях

Приведем одномерную нестационарную неизотермическую модель транспортировки смеси газов по морскому газопроводу, представленную в работах Г. И. Курбатовой, Н. Н. Ермолаевой [12]–[14]:

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} = 0, \quad (14)$$

уравнение движения

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (p + \rho v^2) = -\lambda \rho \frac{v|v|}{4R} + \rho g \cos \gamma(z), \quad (15)$$

уравнение полной энергии

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho v \left(e + \frac{p}{\rho} \right) \right) = \frac{2q}{R} + \rho v g \cos \gamma(z), \quad (16)$$

$$e = \varepsilon + v^2/2, \quad (17)$$

калорическое уравнение

$$\varepsilon = \tilde{c}_V T - \frac{3}{2} \frac{c}{\delta \sqrt{T}} \ln(1 + \delta \rho), \quad (18)$$

уравнение состояния Редлиха – Квонга

$$p = \frac{h \rho T}{1 - \delta \rho} - \frac{c \rho^2}{(1 + \delta \rho) T^{1/2}}, \quad (19)$$

закон сопротивления Коулбрука – Уайта

$$\frac{1}{\lambda} = -2 \lg \left(\frac{k}{7,4} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right), \quad (20)$$

В системе уравнений (14)–(20) приняты следующие обозначения: $\rho(z, t)$, $v(z, t)$, $p(z, t)$, $T(z, t)$ — плотность, скорость, давление и температура смеси газов соответственно; t — время, z — координата оси газопровода; $\gamma(z)$ — угол между осью газопровода и направлением силы тяжести; g — ускорение свободного падения; $e = e(z, t)$, $\varepsilon = \varepsilon(z, t)$ — массовые плотности полной и внутренней энергии газа соответственно; \tilde{c}_V — удельный коэффициент теплоемкости при постоянном объеме газовой смеси в состоянии идеального газа; $h = R_0/M$, $\delta = \Omega_b R_0 T_c / (M p_c)$, $c = \Omega_a (R_0)^2 T_c^{2,5} / (M^2 p_c)$ — размерные константы в уравнении Редлиха–Квонга (19) [15]; $M = \sum_{k=1}^n \eta_k m_k$; $\sum_{k=1}^n \eta_k = 1$; m_k , η_k — молекулярный вес и доля k -ой составляющей смеси газа из n компонент; Ω_a , Ω_b — известные постоянные; T_c , p_c — критические температура и давление газовой смеси заданного химического состава; R_0 — универсальная газовая постоянная; q — радиальная составляющая вектора потока тепла на внутренней поверхности газопровода; $\lambda(Re, k)$ — коэффициент гидравлического сопротивления; $Re = 2Q / (\pi R \mu)$ — число Рейнольдса; k_s — коэффициент эквивалентной равномерно-зернистой шероховатости на внутренней поверхности газопровода; $k = k_s / R$ — коэффициент относительной шероховатости; R — внутренний радиус газопровода.

Для замыкания модели необходимо дополнить ее начальными и граничными условиями и найти величину радиальной составляющей вектора потока тепла q . Слагаемое $\frac{2q}{R}$ в уравнении полной энергии (16) отвечает за теплообмен газовой смеси с внешней средой.

1.2. Модель теплообмена газа с окружающей водой

В настоящей работе для определения радиальной составляющей вектора потока тепла q решается сопряженная задача теплообмена газа с окружающей водой. Математическая модель теплообмена между потоком газа и окружающей водой, согласно [16], может быть записана в виде:

$$r \in (R, R_1), \quad t \in (0, t_k) : \quad \rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right), \quad (21)$$

$$t = 0, \quad T_1(r) = T_1^0(r), \quad (22)$$

$$t \in (0, t_k), \quad r = R: \quad T_1 = T(z, t), \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = q, \quad (23)$$

$$t \in (0, t_k), \quad r = R_1: \quad T_1 = T_2, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r}, \quad (24)$$

$$r \in (R_1, R_2), \quad t \in (0, t_k): \quad \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right), \quad (25)$$

$$t = 0, \quad T_2(r) = T_2^0(r), \quad (26)$$

$$t \in (0, t_k), \quad r = R_2: \quad T_2 = T_3, \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial r}, \quad (27)$$

$$r \in (R_2, R_2 + \delta_*), \quad t \in (0, t_k): \quad \rho_3 c_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = \lambda_3 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_3}{\partial r} \right), \quad (28)$$

$$t = 0, \quad T_3(r) = T_3^0, \quad (29)$$

$$t \in (0, t_k), \quad r = R_2 + \delta_*: \quad T_3 = T^*. \quad (30)$$

Модель (21)–(30) состоит из линейных одномерных уравнений теплопроводности (21), (25), (28) в слоях обшивки и в тепловом погранслое, условий теплового контакта (23), (24), (27), (30) на границах областей и начальных условий (22), (26), (29) для профилей температуры.

В системе (21)–(30) приняты обозначения: r — радиальная координата; индексы: 1 — слой стали, 2 — слой бетона, 3 — тепловой погранслой; T_i — температура в i -ом слое обшивки ($i = 1, 2$) и тепловом погранслое ($i = 3$), c_i , λ_i , ρ_i — коэффициент теплоемкости, коэффициент теплопроводности, плотность i -ой области ($i = 1, 2, 3$) соответственно; $R_1 = R + \delta_1$; δ_1 — толщина стальной обшивки; $R_2 = R + \delta_2$; δ_2 — толщина бетонной обшивки; δ_* — эффективная толщина теплового погранслоя.

Оценка эффективной толщины теплового погранслоя δ_* может быть получена из критериальных оценок по характерным величинам скорости и температуры окружающей воды [6], [17].

Численное решение системы (21)–(30)

Для численного решения системы уравнений модели теплообмена можно использовать как явные, так и неявные схемы. В настоящей работе используется неявная монотонная схема Самарского [18].

Уравнения теплопроводности (21), (25), (28) аппроксимируются в каждой области следующим образом:

$$\frac{T_j^{n+1} - T_j^n}{\tau} = \frac{a}{h^2} \left\{ \left(1 + \frac{h}{2r_j}\right) (T_{j+1}^{n+1} - T_j^{n+1}) - \left(1 - \frac{h}{2r_j}\right) (T_j^{n+1} - T_{j-1}^{n+1}) \right\}, \quad (31)$$

Здесь $a = a_i = \frac{\lambda_i}{\rho_i c_i}$ — коэффициент температуропроводности; $i = 1, 2, 3$; h — величина шага по радиусу; $r_j = R + jh$; $j = 0, \dots, N_r$ — номер шага по радиусу; $N_r = N_1 + N_2 + N_3$; N_i — количество шагов в i -ой области; n — номер шага по времени.

Полученное для каждого слоя обшивки и теплового погранслоя выражение (31) приводится к виду

$$A_j T_{j-1}^{n+1} - B_j T_j^{n+1} + C_j T_{j+1}^{n+1} = D_j,$$

$$A_j = \eta (1 - h/2r_j), \quad B_j = 1 + 2\eta, \quad C_j = \eta (1 + h/2r_j), \quad D_j = -T_j^n, \quad \eta = \frac{\tau a}{h^2}.$$

и решается методом прогонки.

Таким образом, для каждого слоя обшивки в каждом сечении газопровода находится профиль температуры на $(n + 1)$ -м шаге по времени. Значение потока тепла q определяется следующим образом:

$q_k^{n+1} = \lambda_1 \frac{T_1^{n+1} - T_0^{n+1}}{h}$, $k = 1, \dots, N_z$, N_z — число шагов по координате z , T_0^{n+1} — температура на границе газ–бетон, T_1^{n+1} — температура в первом узле сетки по радиусу.

В качестве начальных условий задачи принимаются профили температуры в обшивках, рассчитанные по квазистационарному варианту модели теплообмена.

1.3. Квазистационарный вариант модели теплообмена газа с окружающей водой

В квазистационарном варианте модели теплообмена газа с окружающей водой, при $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, решения уравнений теплопроводности (21), (25), (28), как известно, имеют вид:

$$T_i(r) = m_i + n_i \ln r, \quad i = 1, 2, 3. \quad (32)$$

Величины m_i и n_i определяются из граничных условий (23), (24), (27), (30):

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{T^* - T(z, t)}{\lambda_1 B}, \\ B &= \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{R_1}{R} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{R_2 + \delta_*}{R_2}, \\ m_1 &= T(z, t) - n_1 \ln R, \quad n_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} n_1, \\ n_3 &= \frac{\lambda_2}{\lambda_3} n_1, \quad m_3 = T^* - n_3 \ln(R_2 + \delta_*), \\ m_2 &= m_3 + (n_3 - n_2) \ln R_2. \end{aligned}$$

Можно показать, что в квазистационарном случае выражение для радиальной составляющей вектора потока тепла $q = \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R}$ находится в виде:

$$q = \frac{T^* - T(z, t)}{RB} = \frac{T^* - T(z, t)}{R \left(\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{R_1}{R} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{R_2 + \delta_*}{R_2} \right)}. \quad (33)$$

Применение квазистационарной модели теплообмена существенно упрощает расчеты по общей модели транспортировки газа (15)–(20), так как используется аналитическое выражение для потока тепла (33). Как показали результаты компьютерного моделирования, приведенные далее в пункте 1.5, квазистационарный вариант модели теплообмена может применяться в нестационарной модели транспортировки газа (15)–(20) в конце трассы, где температура окружающей воды T^* близка к температуре газовой смеси $T(z, t)$, или в случае установившегося течения.

1.4. Граничные и начальные условия модели транспортировки газовой смеси по морскому газопроводу

Течение газа в трубе при сверхвысоких давлениях является дозвуковым, поэтому на входе в газопровод задаются два граничных условия — постоянные давление $p(0, t) = \text{const} = p_{z0}$ и температура $T(0, t) = \text{const} = T_{z0}$ газовой смеси, на выходе — закон изменения расхода газа $y(L, t) = y_*(t)$ [19]. Пример закона изменения расхода газа показан на рисунке 1.

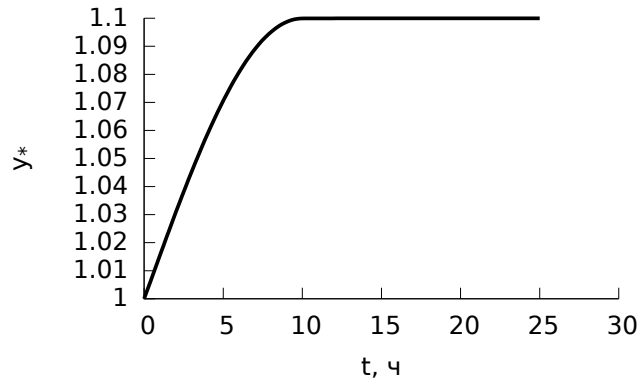


Рис. 1: Изменение расхода газовой смеси на выходе из трубопровода

Начальные условия зависят от изучаемой задачи. В данной работе рассматривается режим течения, нестационарность которого, как отмечалось выше, связана с изменением отбора газа на конце газопровода. Для таких режимов в качестве начальных условий для распределения температуры, плотности, давления и скорости потока газа принимают характеристики установившегося течения. Неизотермическая математическая модель установившегося течения газа по морскому газопроводу при сверхвысоких давлениях на входе была предложена Г. И. Курбатовой, Е. А. Поповой, Б. В. Филипповым [6]:

$$y = \rho v = \frac{Q}{\pi R^2}, \quad (34)$$

$$\rho v \frac{dv}{dz} = -\frac{dp}{dz} - \frac{\lambda \rho v |v|}{4R} + \rho g \cos \gamma(z), \quad (35)$$

$$c_V \rho v \frac{dT}{dz} = - \left(\frac{\rho T h}{1 - \delta \rho} + \frac{c \rho^2}{2(1 + \delta \rho) T^{1/2}} \right) \frac{dv}{dz} + \frac{2q}{R} + \frac{\lambda \rho v^2 |v|}{4R}, \quad (36)$$

$$p = \frac{h\rho T}{1 - \delta\rho} - \frac{c\rho^2}{(1 + \delta\rho)T^{1/2}}, \quad (37)$$

$$\text{при } z = 0 : \quad \rho = \rho_{z0}, \quad T = T_{z0}, \quad (38)$$

где Q — постоянный массовый расход, c_V — удельный коэффициент теплоемкости реального газа при постоянном объеме.

Система уравнений (34)–(38), разрешенная относительно производных $\frac{d\rho}{dz}$ и $\frac{dT}{dz}$ в безразмерном виде после ряда преобразований может быть записана следующим образом (штрихи опущены):

$$\rho v = 1, \quad (39)$$

$$\frac{d\rho}{dz} = s_1 \rho^2 \frac{dp}{dz} + s_2 \rho - s_3 \rho^3 \cos \gamma(z), \quad (40)$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{s_4}{\rho^2} + \left(s_5 \frac{T}{1 - s_6 \rho} + \frac{s_7}{(1 + s_6 \rho)T^{1/2}} \right) \frac{d\rho}{dz} + s_8 (T^* - T), \quad (41)$$

$$p = s_9 \frac{\rho T}{1 - s_6 \rho} - s_{10} \frac{\rho^2}{(1 + s_6 \rho)T^{1/2}}, \quad (42)$$

$$z = 0 : \quad \rho_0 = \rho_{z0}/\rho_x, \quad T_0 = T_{z0}/T_x. \quad (43)$$

Безразмерные комплексы модели:

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{p_x}{\rho_x v^2}, \quad s_2 = \frac{\lambda z_x}{4R}, \quad s_3 = \frac{z_x g}{v_x^2}, \\ s_4 &= \frac{\lambda z_x v_x^2}{4R \tilde{c}_V T_x}, \quad s_5 = \frac{h}{c_V}, \quad s_6 = \delta \rho_x, \\ s_7 &= \frac{3}{2} \frac{c \rho_x}{c_V T_x^{\frac{3}{2}}}, \quad s_8 = \frac{2z_x \lambda_1}{R^2 I \rho_x c_V v_x}, \\ s_9 &= \frac{h \rho_x T_x}{p_x}, \quad s_{10} = \frac{c \rho_x^2}{p_x \sqrt{T_x}}, \\ I &= \ln \frac{R_1}{R} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{\lambda_1}{\lambda_v} \ln \frac{R_2 + \delta_*}{R_2}. \end{aligned}$$

Здесь $p_x, T_x, z_x, \rho_x, \varepsilon_x, v_x = \frac{Q}{\pi R^2}$ — характерные величины.

Система уравнений (40)–(41) с начальными условиями (43) решалась численно методом Рунге – Кутты 4 порядка. По найденным значениям плотности и температуры из уравнений (39), (42) были получены скорость и давление газовой смеси соответственно. Распределение внутренней энергии вдоль газопровода определяется из калорического уравнения (18) по известным значениям плотности ρ и температуры T .

Алгоритм решения уравнений модели установившегося течения газовой смеси по морскому газопроводу оформлен в виде программы, написанной на языке C++.

Все расчеты проводились при следующих параметрах задачи:

$$\begin{aligned} Q &= 570 \text{ (кг/с)}, \quad T^* = 278,15 \text{ (К)}, \quad L = 500 \text{ (км)}, \quad \lambda = 0,0083, \\ R &= 0,5 \text{ (м)}, \quad \delta_1 = 0,04 \text{ (м)}, \quad \delta_2 = 0,12 \text{ (м)}, \quad \delta_* = 0,02 \text{ (м)}, \\ \lambda_1 &= 24 \text{ (Вт/(м} \cdot \text{К))}, \quad \lambda_2 = 1,7 \text{ (Вт/(м} \cdot \text{К))}, \quad \lambda_3 = 0,56 \text{ (Вт/(м} \cdot \text{К))}, \\ c_1 &= 450 \text{ (Дж/(кг} \cdot \text{К))}, \quad c_2 = 924 \text{ (Дж/(кг} \cdot \text{К))}, \\ c_3 &= 4200 \text{ (Дж/(кг} \cdot \text{К))}, \quad \rho_1 = 10000 \text{ (кг/м}^3\text{)}, \quad \rho_2 = 2300 \text{ (кг/м}^3\text{)}, \\ \rho_3 &= 1025 \text{ (кг/м}^3\text{)}, \quad \widetilde{c}_V = 1712,25 \text{ (Дж/(кг} \cdot \text{К))} \end{aligned}$$

На входе в газопровод подавались постоянные давление $p_{z0} = 200$ (атм) и температура $T_{z0} = 313,15$ (К) газовой смеси.

На рисунках 2–4 приведены распределения характеристик газовой смеси вдоль газопровода в начальный момент времени, полученные в результате компьютерного моделирования по отлаженной программе.

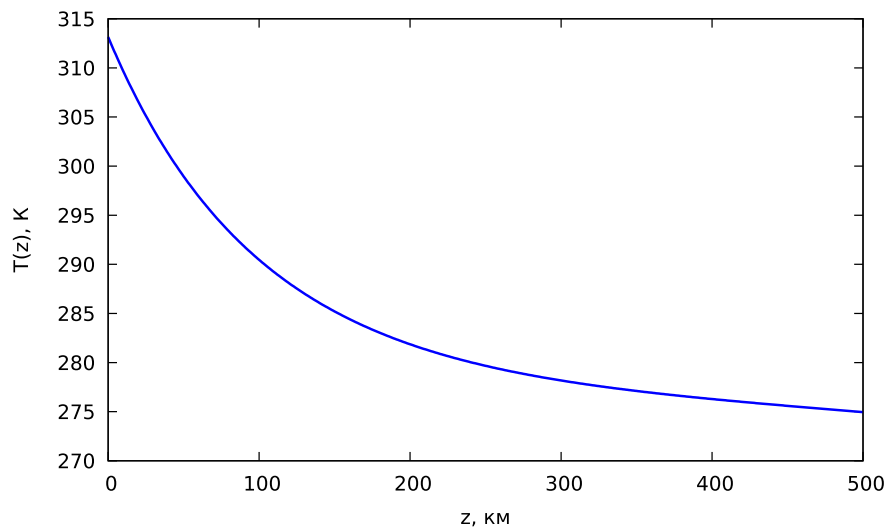


Рис. 2: Изменение температуры T вдоль газопровода для горизонтальной трассы в начальный момент времени

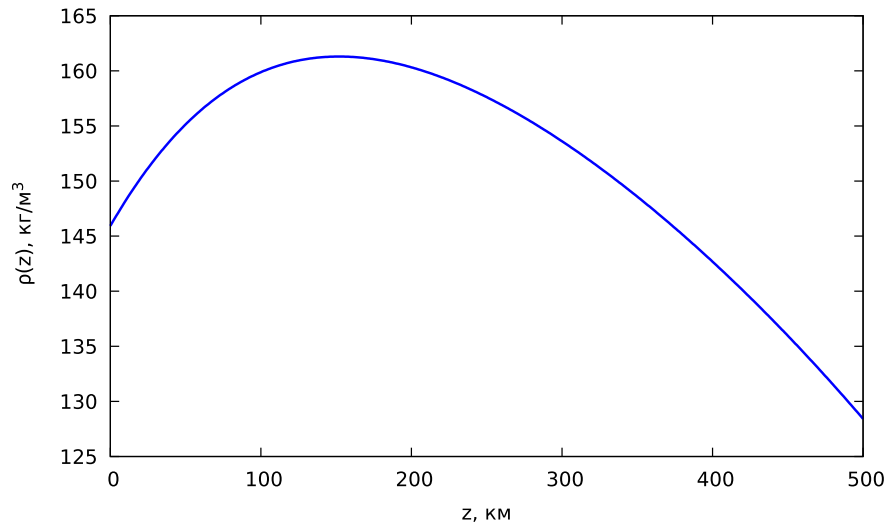


Рис. 3: Изменение плотности ρ вдоль газопровода для горизонтальной трассы в начальный момент времени

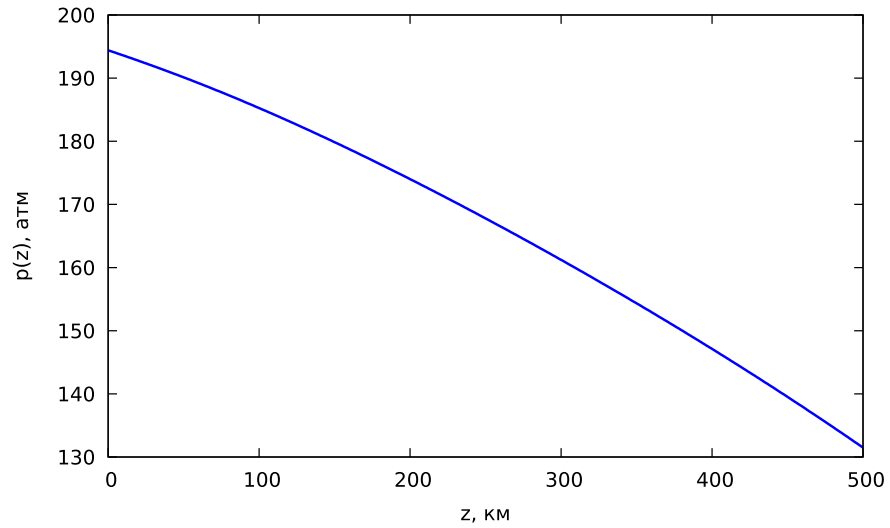


Рис. 4: Изменение давления p вдоль газопровода для горизонтальной трассы в начальный момент времени

На рисунке 5 показаны начальные профили температуры в слоях обшивки газопровода и в тепловом погранслое в сечении $z_* = 150$ (км), полученные из решения квазистационарного варианта модели теплообмена с окружающей водой:

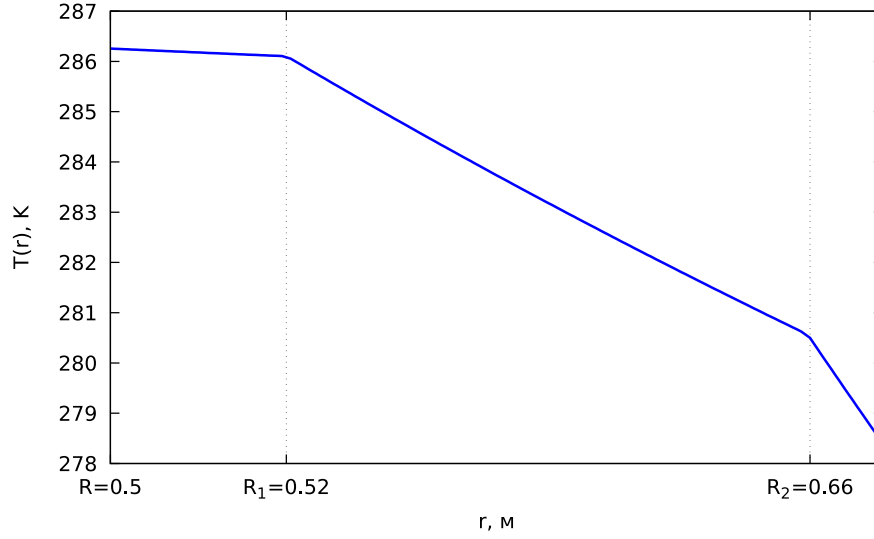


Рис. 5: Начальные профили температуры в обшивках газопровода и в тепловом погранслое в сечении $z_* = 150$ (км)

1.5. Решение системы уравнений нестационарной неизо-термической модели транспортировки смеси газов по морскому газопроводу

Модель транспортировки смеси газов по морскому газопроводу в безразмерном виде в терминах расхода газа $y = \rho v$ имеет вид (для безразмерных величин оставлены прежние обозначения):

$$y = \rho v, \quad (44)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial z} = 0, \quad (45)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_1 p + \frac{y^2}{\rho} \right) = -k_2 \frac{y^2}{\rho} + k_{11} \rho \cos \gamma(z), \quad (46)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \varepsilon + k_3 \frac{y^2}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(y \varepsilon + k_3 \frac{y^3}{\rho^2} + k_4 p \frac{y}{\rho} \right) = k_5 q + k_{12} y \cos \gamma(z), \quad (47)$$

$$\varepsilon = k_8 T - k_9 \frac{\ln(1 + k_{10} \rho)}{\sqrt{T}}, \quad (48)$$

$$p = \frac{k_6 \rho T}{1 - k_{10} \rho} - \frac{k_7 \rho^2}{(1 + k_{10} \rho) T^{1/2}}. \quad (49)$$

Безразмерные комплексы модели:

$$k_1 = \frac{p_x}{\rho_x v_x^2}, \quad k_2 = \frac{\lambda z_x}{4R}, \quad k_3 = \frac{v_x^2}{2\varepsilon_x},$$

$$k_4 = \frac{p_x}{\rho_x \varepsilon_x}, \quad k_5 = \frac{2\lambda_1 t_x T_x}{\rho_x \varepsilon_x R r_x}, \quad k_6 = \frac{h \rho_x T_x}{p_x},$$

$$k_7 = \frac{c \rho_x^2}{p_x \sqrt{T_x}}, \quad k_8 = \frac{\tilde{c}_V T_x}{\varepsilon_x}, \quad k_9 = \frac{3c}{2\delta \varepsilon_x \sqrt{T_x}},$$

$$k_{10} = \delta \rho_x, \quad k_{11} = \frac{t_x g}{u_x}, \quad k_{12} = \frac{v_x t_x g}{\varepsilon_x}.$$

Для численного решения уравнений модели (44)–(49) использовалась явная двухшаговая схема Лакса – Вендроффа [20], обладающая простотой реализации и экономичностью. При этом явная конечно-разностная схема может быть эффективно распараллелена при расчетах на многопроцессорных системах. Для использования этой схемы уравнения (45)–(47) записываются в векторном виде следующим образом:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial z} = \Psi, \quad (50)$$

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ y \\ \rho \varepsilon + k_3 \frac{y^2}{\rho} \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} y \\ k_1 p + \frac{y^2}{\rho} \\ y \varepsilon + k_3 \frac{y^3}{\rho^2} + k_4 p \frac{y}{\rho} \end{pmatrix},$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ -k_2 \frac{y^2}{\rho} + k_{11} \rho \cos \gamma(z) \\ k_5 q + k_{12} y \cos \gamma(z) \end{pmatrix}.$$

Схема состоит из двух этапов:

I этап

$$\frac{U_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - 0,5(U_m^n + U_{m+1}^n)}{0,5\tau} + \frac{F_{m+1}^n - F_m^n}{\Delta} = \Psi_{m+\frac{1}{2}}^n,$$

II этап

$$\frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{\tau} + \frac{F_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - F_{m-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta} = \Psi_m^{n+\frac{1}{2}}.$$

Здесь τ , n — величина и номер шага по времени соответственно, Δ и m — величина и номер шага по оси газопровода. Схема имеет второй порядок аппроксимации по τ и Δ . Как известно, явные схемы являются условно устойчивыми, то есть величины шагов по времени и пространству связаны неравенством [20]

$$\tau < \frac{\Delta}{v_{max} + c_*}, \quad (51)$$

где c_* — адиабатическая скорость звука, v_{max} — максимальная скорость потока.

Таким образом, на первом этапе явно определяются величины плотности, расхода и внутренней энергии на $(n + \frac{1}{2})$ -м шаге по времени в узлах $m = 1, \dots, (N - 1)$, где N — число узлов сетки по оси газопровода:

$$\rho_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = 0,5(\rho_m^n + \rho_{m+1}^n) - \frac{0,5\tau}{\Delta}(y_{m+1}^n - y_m^n),$$

$$\begin{aligned} y_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = & 0,5(y_m^n + y_{m+1}^n) - \frac{0,5\tau}{\Delta} \left[k_1 p_{m+1}^n + \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_{m+1}^n - k_1 p_m^n - \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_m^n \right] - \\ & - k_2 \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_{m+\frac{1}{2}}^n + k_{11} \rho_{m+\frac{1}{2}}^n \cos \gamma_{m+\frac{1}{2}}^n, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = & \frac{0,5}{\rho_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}} \left[\rho_m^n \varepsilon_m^n + k_3 \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_m^n + \rho_{m+1}^n \varepsilon_{m+1}^n + k_3 \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_{m+1}^n \right] - \\
& - \frac{0,5\tau}{\Delta \rho_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}} \left[(y\varepsilon)_{m+1}^n + k_3 \left(\frac{y^3}{\rho^2} \right)_{m+1}^n + k_4 \left(p \frac{y}{\rho} \right)_{m+1}^n \right] - \\
& - \frac{0,5\tau}{\Delta \rho_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}} \left[(y\varepsilon)_m^n + k_3 \left(\frac{y^3}{\rho^2} \right)_m^n + k_4 \left(p \frac{y}{\rho} \right)_m^n \right] + \\
& + \frac{1}{\rho_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}} \left[k_5 q_{m+\frac{1}{2}}^n + k_{12} y_{m+\frac{1}{2}}^n \cos \gamma_{m+\frac{1}{2}}^n - k_3 \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right].
\end{aligned}$$

Значения температуры $T_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ и давления $p_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ находятся из калорического уравнения (48) и уравнения состояния (49) соответственно.

Величины $\rho_0^{n+\frac{1}{2}}$ и $T_0^{n+\frac{1}{2}}$ известны из граничных условий, $\varepsilon_0^{n+\frac{1}{2}}$ определяется из уравнения (48), $p_0^{n+\frac{1}{2}}$ – из (49), расход газа $y_0^{n+\frac{1}{2}}$ определяется с помощью линейной экстраполяции внутренних узлов. В узле $m = N$ величина $y_m^{n+\frac{1}{2}}$ известна из граничных условий, остальные характеристики газовой смеси в конечном узле сетки по оси газопровода находятся линейной экстраполяцией.

На втором этапе определяются величины плотности, расхода и внутренней энергии на новом $(n+1)$ -м временном слое для узлов $m = 1, \dots, (N-1)$. В узлах $m = 0$ и $m = N$ все значения рассчитываются аналогично первому этапу.

$$\begin{aligned}
\rho_m^{n+1} &= \rho_m^n - \frac{\tau}{\Delta} (y_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - y_{m-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}), \\
y_m^{n+1} &= y_m^n - \frac{\tau}{\Delta} \left[k_1 p_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - k_1 p_{m-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_{m-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \\
& - k_2 \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_m^{n+\frac{1}{2}} + k_{11} \rho_m^{n+\frac{1}{2}} \cos \gamma_m^{n+\frac{1}{2}}, \\
\varepsilon_m^{n+1} &= \frac{1}{\rho_m^{n+1}} \left[\rho_m^n \varepsilon_m^n + k_3 \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_m^n \right] -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\tau}{\Delta\rho_m^{n+1}} \left[(y\varepsilon)_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + k_3 \left(\frac{y^3}{\rho^2} \right)_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + k_4 \left(p \frac{y}{\rho} \right)_{m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \\
& -\frac{\tau}{\Delta\rho_m^{n+1}} \left[(y\varepsilon)_{m-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + k_3 \left(\frac{y^3}{\rho^2} \right)_{m-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + k_4 \left(p \frac{y}{\rho} \right)_{m-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] + \\
& + \frac{1}{\rho_m^{n+1}} \left[k_5 q_m^{n+\frac{1}{2}} + k_{12} y_m^{n+\frac{1}{2}} \cos \gamma_m^{n+\frac{1}{2}} - k_3 \left(\frac{y^2}{\rho} \right)_m^{n+1} \right].
\end{aligned}$$

Величина теплового потока q на каждом временном слое и в каждом узле сетки по оси газопровода определяется из решения сопряженной задачи теплообмена газа с окружающей водой.

По представленному алгоритму была отлажена программа на языке C++, которая позволяет рассчитать основные характеристики потока газа, как в случае нестационарной модели теплообмена, так и для ее квазистационарного варианта.

На рисунках 6, 7 представлены результаты расчета характеристик газа при использовании нестационарной и квазистационарной модели теплообмена с внешней средой через 15 часов после начала отбора газа:

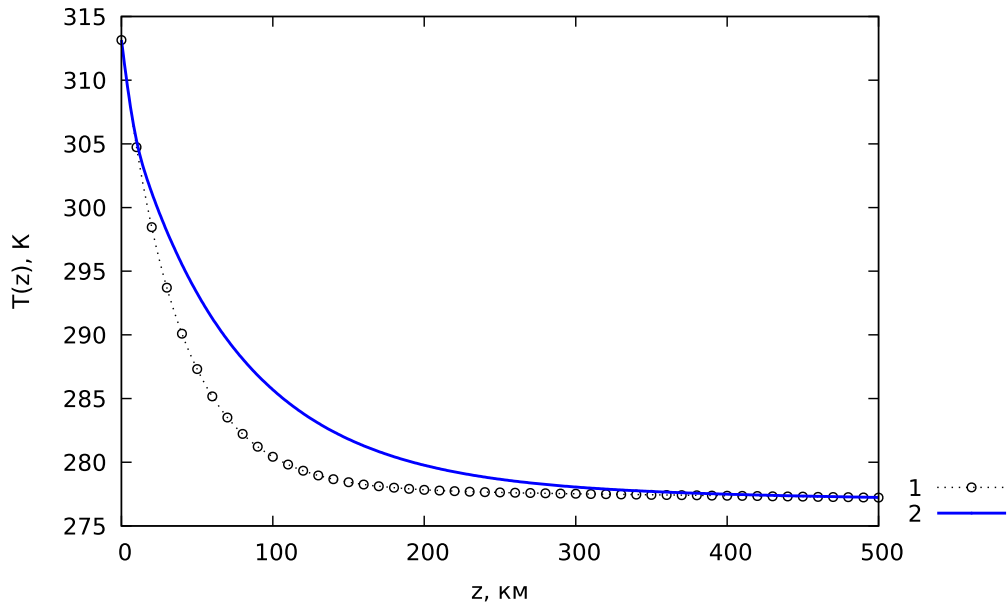


Рис. 6: Изменение температуры T газа вдоль газопровода для горизонтальной трассы при квазистационарной и нестационарной модели теплообмена: 1 — квазистационарный теплообмен, 2 — нестационарный теплообмен

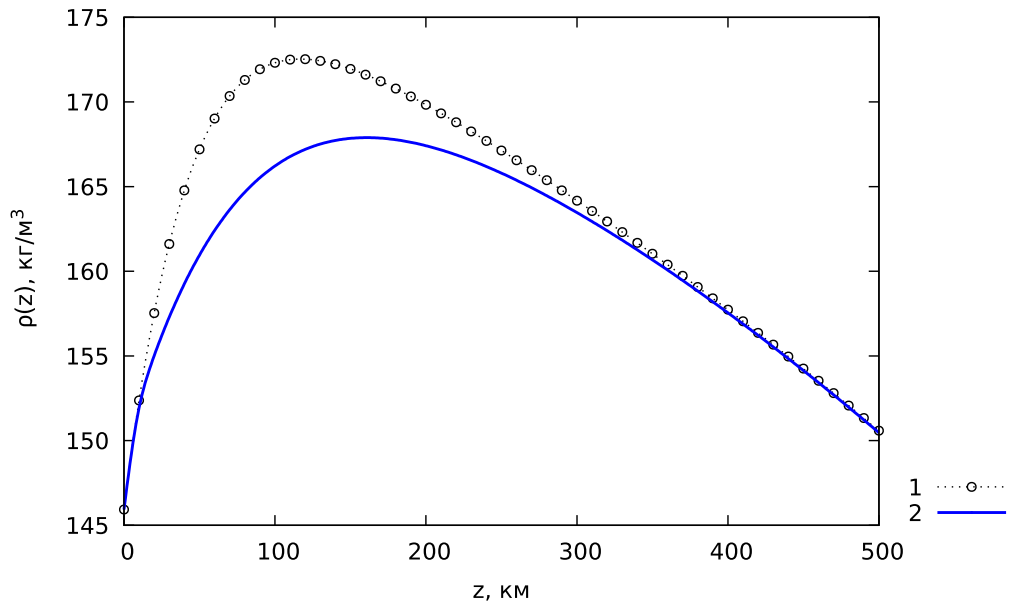


Рис. 7: Изменение плотности ρ газа вдоль газопровода для горизонтальной трассы при квазистационарной и нестационарной модели теплообмена: 1 — квазистационарный теплообмен, 2 — нестационарный теплообмен

Расчеты по созданной программе решения системы уравнений модели неустановившегося неизотермического течения газа по морскому газопроводу позволяют сделать следующий **вывод**. В начале трассы, когда температура T потока много выше температуры T^* окружающей воды, происходит интенсивный теплообмен газа с окружающей средой, что оказывает значительное влияние на характеристики смеси газов. В этом случае замена нестационарной модели теплообмена ее квазистационарным вариантом вносит значительные погрешности в расчет основных характеристик потока. Таким образом, подобное упрощение допустимо лишь в конце газопровода, где температура потока газа и окружающей воды близки друг к другу.

Глава 2. Учет рельефа трассы при транспортировке газовой смеси по морским газопроводам

2.1. Учет влияния профиля трассы при установившемся течении газа

Рельеф дна имеет большое значение при прокладке газопровода, так как перепад высот на трассе газопровода может оказывать значительное влияние на газодинамические характеристики потока.

Сила тяжести оказывает наибольшее влияние на характеристики потока на начальном участке газопровода, где плотность газовой смеси велика, поэтому в настоящей работе рассматривается начальный участок длиной 150 км. Известно, что при спуске, если газ течет под уклон, температура его будет повышаться, а при подъеме газа – падать. В работе [7] найдены аналитические выражения для расчета падения давления в зависимости от суммарного перепада высот трассы при существенно упрощающих модель условиях, а именно, в случае установившегося изотермического течения. В настоящей главе рассматривается влияние рельефа трассы и для установившегося, и для неустановившегося неизотермических течений в случае равного суммарного перепада высот для трасс с разным рельефом. Рассматриваются два модельных варианта трассы, схема которых показана на рисунке 8.

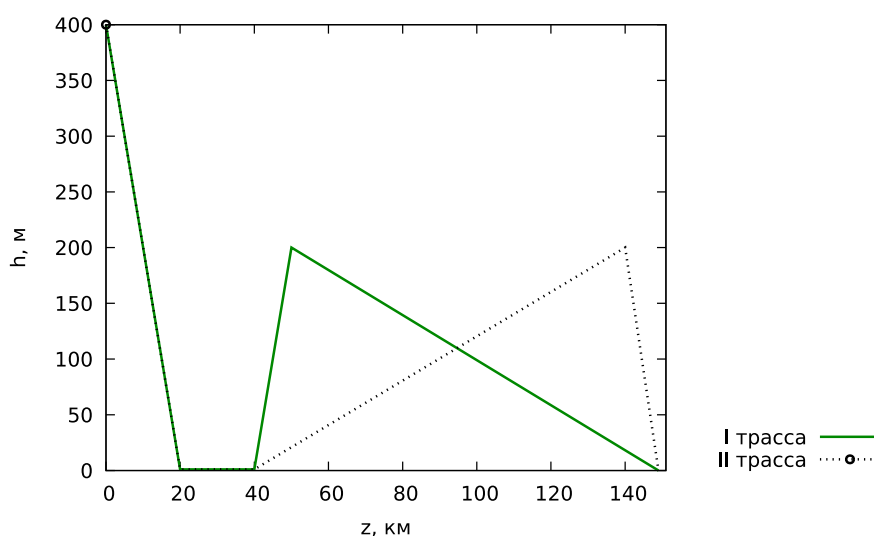


Рис. 8: Схема рельефа трасс I и II

Из приведенного рисунка видно, что обе трассы начинаются со спуска, косинус угла между направлением силы тяжести и осью газопровода при этом равен $\cos \gamma(z)_I = \cos \gamma(z)_{II} = 0,02$. Потом идет 20 км горизонтального участка ($\cos \gamma(z)_I = \cos \gamma(z)_{II} = 0$). После этого у первой трассы начинается резкий подъем длиной 10 км ($\cos \gamma(z)_I^* = -0,02$) и пологий спуск длиной 100 км ($\cos \gamma(z)_{II}^{**} = 0,002$). Во втором варианте сначала идет довольно пологий подъем ($\cos \gamma(z)_{II}^* = -0,002$) и резкий спуск ($\cos \gamma(z)_{II}^{**} = 0,02$). Общая длина трассы в обоих вариантах одинакова.

Вариант трассы, при котором падение давления меньше, называется *гидравлически предпочтительным*.

В таблице 1 показаны потери давления от преодоления разности высот $\Delta p = \left(\frac{p_{z0} - p_{zL}}{p_{z0}} \right) \cdot 100\%$ при установившемся течении газа.

| вариант трассы | Δp (%) |
|----------------|----------------|
| I | 4,185 |
| II | 4,207 |

Таблица 1: Падение давления при установившемся течении

Как следует из таблицы 1, для первого варианта трассы суммарное падение давления меньше, следовательно, первый вариант трассы является гидравлически предпочтительным.

В таблице 2 показаны потери температуры от преодоления разности высот $\Delta T = \left(\frac{T_{z0} - T_{zL}}{T_{z0}} \right) \cdot 100\%$ при установившемся течении газа.

| вариант трассы | ΔT (%) |
|----------------|----------------|
| I | 8,51 |
| II | 8,49 |

Таблица 2: Падение температуры при установившемся течении

2.2. Учет влияния профиля трассы при неустановившемся течении газа и квазистационарном варианте модели теплообмена с окружающей водой

В таблице 3 приведены изменения давления в конечном сечении газопровода и величины $\Delta p = \left(\frac{p_{z0} - p_{zL}}{p_{z0}} \right) \cdot 100\%$ в течение первого часа его работы для I и II вариантов трасс.

| t (мин) | p_I (атм) | Δp_I (%) | p_{II} (атм) | Δp_{II} (%) |
|-----------|-------------|------------------|----------------|---------------------|
| 1 | 191,204 | 4,398 | 190,208 | 4,896 |
| 10 | 191,200 | 4,400 | 190,015 | 4,993 |
| 20 | 191,184 | 4,408 | 189,905 | 5,048 |
| 30 | 191,182 | 4,409 | 189,821 | 5,090 |
| 40 | 191,149 | 4,426 | 189,766 | 5,117 |
| 50 | 191,109 | 4,446 | 189,711 | 5,145 |
| 60 | 191,067 | 4,467 | 189,660 | 5,170 |

Таблица 3: Падение давления на конце газопровода при неустановившемся течении и квазистационарном варианте модели теплообмена в течение 1 часа

Результаты, указанные в таблице 3, подтверждают предположение, что на трассе, где сначала идет резкий подъем, а затем пологий спуск, падение давления меньше, чем для другого модельного варианта трассы.

В таблице 4 приведены изменения температуры в конечном сечении газопровода и величины $\Delta T = \left(\frac{T_{z0} - T_{zL}}{T_{z0}} \right) \cdot 100\%$ в течение первого часа его работы для I и II вариантов трасс.

| t (мин) | T_I (K) | ΔT_I (%) | T_{II} (K) | ΔT_{II} (%) |
|-----------|-----------|------------------|--------------|---------------------|
| 1 | 282,442 | 9,806 | 282,338 | 9,839 |
| 10 | 282,229 | 9,874 | 282,075 | 9,923 |
| 20 | 282,067 | 9,926 | 281,895 | 9,981 |
| 30 | 281,950 | 9,963 | 281,779 | 10,018 |
| 40 | 281,857 | 9,993 | 281,697 | 10,044 |
| 50 | 281,775 | 10,019 | 281,631 | 10,065 |
| 60 | 281,699 | 10,043 | 281,573 | 10,084 |

Таблица 4: Падение температуры на конце газопровода при неустановившемся течении и квазистационарном варианте модели теплообмена в течение 1 часа

Из таблицы 4 следует, что газ при прохождении по первой трассе остывает меньше, чем при прохождении по трассе II, что и является желаемым эффектом, так как низкая температура газовой смеси может способствовать образованию гидратов.

2.3. Учет влияния профиля трассы при неустановившемся течении газа и нестационарном варианте модели теплообмена с окружающей водой

На рисунке 9 приведены результаты расчета падения давления в конечном сечении газопровода при использовании нестационарной модели теплообмена с окружающей водой.

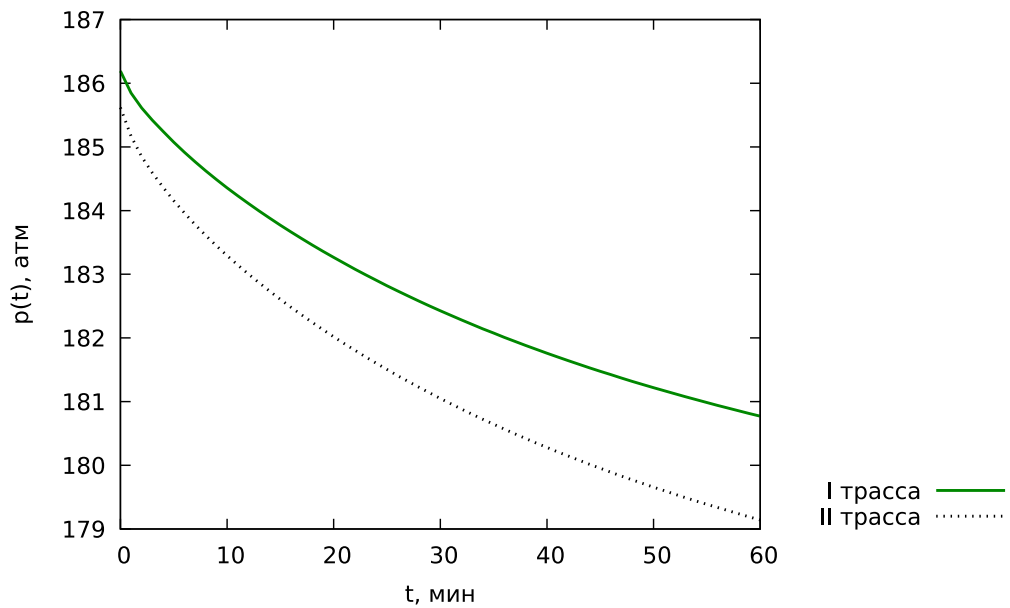


Рис. 9: Падение давления p на конце газопровода в течение 1 часа при неустановившемся течении и нестационарном теплообмене

Видно, что и в этом случае для первого варианта трассы падение давления меньше.

На рисунке 10 приведены результаты расчета падения температуры в конечном сечении газопровода при использовании нестационарной модели теплообмена с окружающей водой.

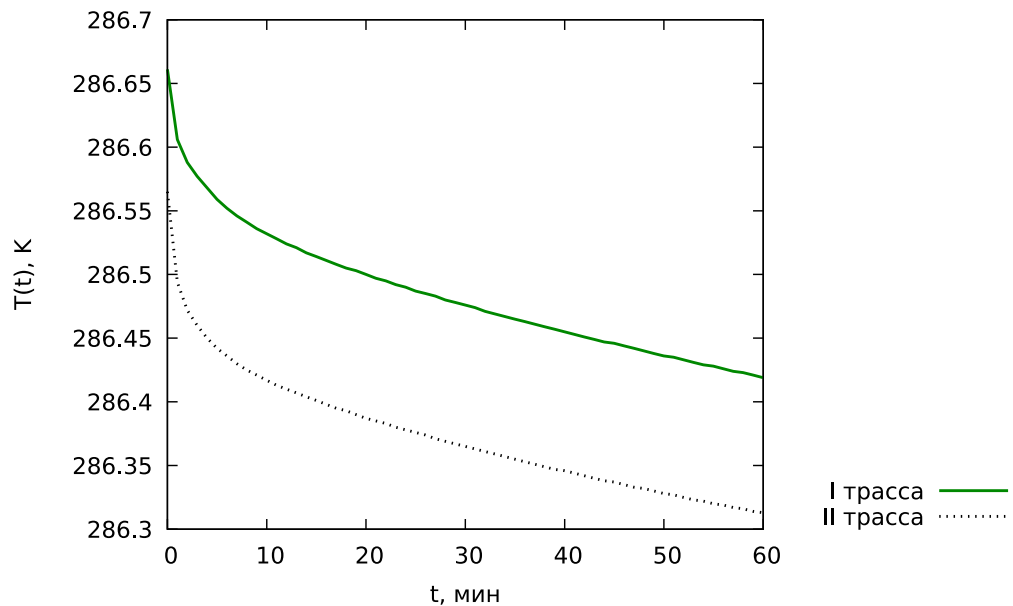


Рис. 10: Падение температуры T на конце газопровода в течение 1 часа при неустановившемся течении и нестационарном теплообмене

Вывод: Таким образом, расчеты показали, что и при установившемся, и при неустановившемся течении, при использовании квазистационарно-

го и нестационарного варианта модели теплообмена с окружающей водой, падение давления на трассе, имеющей в начале допустимый по технологическим ограничениям резкий подъем, а затем пологий спуск, меньше, чем на трассе, имеющей в начале пологий подъем, а затем резкий спуск. Следовательно, первый вариант трассы является гидравлически предпочтительным.

Заключение

В подавляющем большинстве работ, посвященных математическому моделированию транспортировки газа по подводным газопроводам, для учета теплообмена газа с внешней средой используется простое аналитическое выражение, содержащее суммарный коэффициент теплопередачи α . Это влечет за собой вопрос о его точном определении. Использование постоянного суммарного коэффициента теплопередачи $\alpha = \text{const}$, как показано в главе 1, может привести к большим погрешностям при расчете характеристик газовой смеси. Поэтому возникает необходимость нахождения коэффициента теплопередачи α из обратной задачи, либо поиска других способов учета теплообмена газа с окружающей средой.

В главе 1 настоящей работы предложена общая одномерная нестационарная неизотермическая модель транспортировки смеси газов по морским газопроводам высокого давления, в которой теплообмен учитывался посредством решения сопряженной задачи. Первая глава посвящена решению задачи моделирования транспортировки природного газа по газопроводу при условии, что нестационарность течения вызвана изменением отбора газа в конце газопровода. Предложены численные методы решения уравнений общей модели транспортировки газовой смеси и модели теплообмена потока газа с окружающей водой через многослойную стенку газопровода. Отлажена программа на языке C++, реализующая решение уравнений модели транспортировки газовой смеси численно, с помощью описанных в главе 1 методов. Посредством анализа результатов расчета было исследовано влияние квазистационарного и нестационарного варианта модели теплообмена газовой смеси с окружающей средой на основные характеристики потока и сделаны выводы о том, что допущение в виде использования квазистационарной модели имеет место лишь в конце газопровода, где температура газа близка к температуре окружающей воды.

Вторая глава посвящена исследованию влияния профиля трассы морского газопровода на характеристики потока на начальном участке трассы, где роль силы тяжести наиболее существенна. Рассмотрено влияние релье-

фа для трасс с одинаковым перепадом высот на газовую смесь при установившемся течении и при неустановившемся течении для квазистационарной и нестационарной модели теплообмена. Приведены результаты расчета давления и температуры газовой смеси для разных вариантов трасс, на основании которых сделаны выводы о том, какой рельеф предпочтительнее для прокладки газопровода.

Список литературы

- [1] Васильев О. Ф., Бондарев Э. А., Воеводин А. Ф., Каниболотский М. А. Неизотермическое течение газа в трубах. Новосибирск: Наука, 1978. 128 с.
- [2] Годунов С. К. Разностные методы численного расчета разрывных решений гидродинамики / С. К. Годунов // Матем. сб., 1959. 47(59). С. 271–306.
- [3] Чарный А. И. Основы газовой динамики. М.: Гостоптехиздат, 1961. 200 с.
- [4] OLGA Dynamic Multiphase Flow Simulator.
<http://www.software.slb.com/products/olga>
- [5] Зубов В. И., Котеров В. Н., Кривцов В. М., Шипилин А. В. Нестационарные газодинамические процессы в газопроводе на подводном переходе через Черное море // Математическое моделирование, 2001. Т. 13, № 4. С. 58–70.
- [6] Курбатова Г. И., Попова Е. А., Филиппов Б. В. Модели морских газопроводов. СПб.: Издательство Санкт-Петербургского государственного университета, 2005. 156 с.
- [7] Бобровский С. А., Щербаков С. Г., Яковлев Е. И., Гарляускас А. И., Грачев В. В. Трубопроводный транспорт газа. М: Наука, 1976. 495 с.
- [8] Ермолаева Н. Н., Курбатова Г. И. Нестационарная модель нарастания морского льда // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1. «Естественные и технические науки», 2017. №1. С. 3–8.
- [9] Ермолаева Н. Н., Курбатова Г. И., Клемешев В. А. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2017610826 «Программа для расчета характеристик потока неустановившихся течений многокомпонентной смеси газов по морским газопроводам в северных морях» (SGPITM)

- [10] Ermolaeva N. N., Kurbatova G. I. The model of ice growth on the outer surface of a cylinder in sea water // «Stability and Control Processes» in Memory of V. I. Zubov (SCP), International Conference, 2015. P. 375–377.
- [11] Ermolaeva N. N., Kurbatova G. I. The models of heat transfer in a sea gas-pipeline at the glaciation // Mechanics — Seventh Polyakhov’s Reading, 2015 International Conference on, 2015. P. 375–377.
- [12] Ермолаева Н. Н., Курбатова Г. И. Квазиодномерная нестационарная модель процессов в морских газопроводах // Вестник Санкт-Петербургского Университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2015. Вып. 3. С. 55–56.
- [13] Ермолаева Н. Н., Курбатова Г. И. Анализ подходов к моделированию термодинамических процессов в газах при высоких давлениях // Вестник Санкт-Петербургского Университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления, 2013. Вып. 1. С. 35–45.
- [14] Ermolaeva N. N., Kurbatova G. I. The Mathematical Models of Gas Transmission at Hyper-Pressure // Applied Mathematical Sciences, 2014. Vol. 8, No 124. P. 6191–6203.
- [15] Рид Р. Свойства газов и жидкостей /Л.: Химия, Ленингр. отд., 1982. 592 с.
- [16] Ермолаева Н. Н. Нестационарные модели теплообмена и транспортировки газа по морским газопроводам // Труды Карельского научного центра РАН. Серия: Математическое моделирование и информационные технологии. 2016. Вып. 8. С. 3–10.
- [17] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 743 с.
- [18] Самарский А. А. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.:Наука, 1973. 424 с.
- [19] Рычков А. Д. Математическое моделирование газодинамических процессов в каналах и соплах. Новосибирск: Наука, 1988. 219 с.

[20] Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1977. 606 с.